Prof. Dr. Alfred Toth

Statische und dynamische semiotische Morphismen

Nach Bense gelingt "eine klare und formalisierte Berücksichtigung der Bezüge innerhalb der triadischen Relation erst, wenn diese als zeicheninterne Abbildungen bzw. Morphismen verstanden und die relationstheoretischen Konzeptionen durch eine kategorietheoretische Darstellung [...] eingeführt werden" (1976, S. 126).

Ersetzt man nun die Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix durch Morphismen, so erhält man:

	1	2	3
1	id1	α	$\beta\alpha$
2	$\alpha°$	id2	β
3	$\alpha°\beta°$	$\beta°$	id3,

d.h. es gelten die folgenden relationstheoretisch-kategorietheoretischen Äquivalenzen:

(1.1) ≡ id1 (2.1) ≡ $\alpha°$ (3.1) ≡ $\alpha°\beta°$
(1.2) ≡ α (2.2) ≡ id2 (3.2) ≡ $\beta°$
(1.3) ≡ $\beta\alpha$ (2.3) ≡ β (3.3) ≡ id3

Dementsprechend lässt sich eine Zeichenklasse, beispielsweise (3.1 2.1 1.3), kategorietheoretisch wie folgt notieren:

(3.1 2.1 1.3) ≡ [$\alpha°\beta°$, $\alpha°$, $\beta\alpha$]

Das Problem besteht nun aber darin, dass in dieser Schreibweise die konstituierenden Subzeichen als statische Objekte behandelt werden und die prozessualen (semiosischen und retrosemiosischen) Übergänge zwischen den Objekten nicht dargestellt werden. Was das bedeutet, wird klar, wenn man von zwei oder mehreren Zeichenklassen ausgeht, z.B. (3.1 2.1 1.3) und (3.2 2.2 1.3). Man kann diese dann rein statisch (links) oder statisch-prozessual darstellen (rechts):

(3.1 2.1 1.3) ≡ [$\alpha°\beta°$, $\alpha°$, $\beta\alpha$]	[$\alpha°\beta°$,	$\alpha°$,	$\beta\alpha$]
	[—,	—,	id1]
(3.2 2.2 1.3) ≡ [$\beta°$, id2, $\beta\alpha$]	[$\beta°$,	id2,	$\beta\alpha$]

Auf diese Weise werden aber die generativen Semiosen (3.1 > 3.2), (2.1 > 2.2) nicht analysiert.

Da das Zeichen gemäss Bense eine “triadisch gestufte Relation von Relationen” (1979, S. 67) ist und sich also aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation zusammensetzt (vgl. Toth 1996), ergibt sich eine weitere Möglichkeit, Zeichenklassen kategorietheoretisch darzustellen:

(3.1 2.1 1.3) = (3.1 2.1) + (2.1 1.3) + (1.3),

wobei hier sowohl die triadischen als auch die trichotomischen Morphismen bei den Subzeichen-Paaren zu berücksichtigen sind, d.h.

(3.1 2.1) ≡ [β°, id1],

denn der einzelne Morphismus [β°] zur Kennzeichnung des triadischen Überganges von (3.1⇒2.1) würde zu einer kategorietheoretischen Polysemie führen, da mit [β°] die folgenden drei Übergänge gekennzeichnet werden können:

(3.1⇒2.1)
(3.1⇒2.2)
(3.1⇒2.3).

Beschreibt man also Semiosen durch Paare von Morphismen anstatt durch einzelne Morphismen, werden sowohl die triadischen Haupt- als auch die trichotomischen Stellenwerte berücksichtigt. Damit werden auch generative, degenerative und identitive Morphismen differenzierbar. Die Einführung semiotischer Morphismen nicht nur für triadische Hauptwerte, sondern auch für trichotomische Stellenwerte spielt eine entscheidende Rolle, wenn man nicht von Zeichenklassen, sondern von Realitätsthematiken ausgeht, so etwa bei Transformationen innerhalb von Trichotomischen Triaden:

$$T: \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix}$$

b'1 = b'2 = b'3 = [id1, id1, id1]
∩b'i = [id1, id1, id1]

oder

b'1 = b'2 = b'3 = [[id1, id1], [id1, id2], [id1, id3]]
∩b'i = [id1]

Die obigen Zeichenklassen (3.1 2.1 1.3) und (3.2 2.2 1.3) können damit unter Berücksichtigung sowohl statischer als auch prozessualer Morphismen wie folgt notiert werden:

(3.1 2.1 1.3) = [[β°, id1], [α°, βα], [α°β°, βα]]
(3.2 2.2 1.3) = [[β°, id2], [α°, β], [α°β°, β]],

wobei sich die semiosischen Übergänge zwischen ihnen nun wie folgt darstellen lassen:

$$
\begin{array}{llll}
(3.1\ 2.1\ 1.3) = & [[\beta°, id1], & [\alpha°, \beta\alpha], & [\alpha°\beta°, \beta\alpha]] \\
 & [\beta°, & \alpha°, & \alpha°\beta°] \\
(3.2\ 2.2\ 1.3) = & [[\beta°, id2], & [\alpha°, \beta], & [\alpha°\beta°, \beta]],
\end{array}
$$

und zurückübersetzt in die numerisch-kategoriale Notation:

$[\beta°, \alpha°, \alpha°\beta°] \equiv (3.2\ 2.1\ 3.1)$.

Wie man sieht, ist (3.2 2.1 3.1) keine Zeichenklasse des Peirce-Benseschen Zehnersystems. Berücksichtigt man also nicht nur die kategorietheoretischen Objekte einer Zeichenklasse, sondern auch ihre kategorietheoretischen Abbildungen, d.h. nicht nur die Subzeichen, sondern auch die Semiosen oder Zeichenfunktionen (vgl. Toth 1997, S. 28 ff.), und das heisst, nicht nur die triadischen Haupt-, sondern auch die trichotomischen Stellenwerte, so zeigt es sich, dass die Übergänge zwischen Zeichenklassen durch zeichenklassenähnliche triadisch-trichotomische Gebilde bewerkstelligt wird, die selbst nicht zum System der Zeichenklassen gehören. Diese sind somit eine semiotische Realität, die bisher völlig unberücksichtigt geblieben ist.

Auf diese Weise lassen sich also sämtliche semiotischen Operationen kategorietheoretisch formalisieren (vgl. Toth 1993, S. 135 ff.). Da sich das Peirce-Bensesche Zeichenmodell rein semiosisch als triadische Relation über drei dyadischen konkatenierten Relationen notieren lässt, nämlich der Bezeichnungsfunktion ($1 \Rightarrow 2$), der Bedeutungsfunktion ($2 \Rightarrow 3$) und der Gebrauchsfunktion ($3 \Rightarrow 1$) (Walther 1979, S. 113 ff.), genügt es, die kategorietheoretischen Äquivalenzen der kombinatorisch möglichen Dyaden darzustellen:

$((1.1), (1.1)) \equiv [id1, id1]$ | $((1.1), (2.1)) \equiv [\alpha, id1]$ | $((1.1), (3.1)) \equiv [\beta\alpha, id1]$
$((1.1), (1.2)) \equiv [id1, \alpha]$ | $((1.1), (2.2)) \equiv [\alpha, \alpha]$ | $((1.1), (3.2)) \equiv [\beta\alpha, \alpha]$
$((1.1), (1.3)) \equiv [id1, \beta\alpha]$ | $((1.1), (2.3)) \equiv [\alpha, \beta\alpha]$ | $((1.1), (3.3)) \equiv [\beta\alpha, \beta\alpha]$

$((1.1), (1.1)) \equiv [id1, id1]$	$((1.1), (2.1)) \equiv [\alpha, id1]$	$((1.1), (3.1)) \equiv [\beta\alpha, id1]$
$((1.1), (1.2)) \equiv [id1, \alpha]$	$((1.1), (2.2)) \equiv [\alpha, \alpha]$	$((1.1), (3.2)) \equiv [\beta\alpha, \alpha]$
$((1.1), (1.3)) \equiv [id1, \beta\alpha]$	$((1.1), (2.3)) \equiv [\alpha, \beta\alpha]$	$((1.1), (3.3)) \equiv [\beta\alpha, \beta\alpha]$
$((1.2), (1.1)) \equiv [id1, \alpha°]$	$((1.2), (2.1)) \equiv [\alpha, \alpha°]$	$((1.2), (3.1)) \equiv [\beta\alpha, \alpha°]$
$((1.2), (1.2)) \equiv [id1, id2]$	$((1.2), (2.2)) \equiv [\alpha, id2]$	$((1.2), (3.2)) \equiv [\beta\alpha, id2]$
$((1.2), (1.3)) \equiv [id1, \beta]$	$((1.2), (2.3)) \equiv [\alpha, \beta]$	$((1.2), (3.3)) \equiv [\beta\alpha, \beta]$
$((1.3), (1.1)) \equiv [id1, \alpha°\beta°]$	$((1.3), (2.1)) \equiv [\alpha, \alpha°\beta°]$	$((1.3), (3.1)) \equiv [\beta\alpha, \alpha°\beta°]$
$((1.3), (1.2)) \equiv [id1, \beta°]$	$((1.3), (2.2)) \equiv [\alpha, \beta°]$	$((1.3), (3.2)) \equiv [\beta\alpha, \beta°]$
$((1.3), (1.3)) \equiv [id1, id3]$	$((1.3), (2.3)) \equiv [\alpha, id3]$	$((1.3), (3.3)) \equiv [\beta\alpha, id3]$
$((2.1), (1.1)) \equiv [\alpha°, id1]$	$((2.1), (2.1)) \equiv [id2, id1]$	$((2.1), (3.1)) \equiv [\beta, id1]$
$((2.1), (1.2)) \equiv [\alpha°, \alpha]$	$((2.1), (2.2)) \equiv [id2, \alpha]$	$((2.1), (3.2)) \equiv [\beta, \alpha]$
$((2.1), (1.3)) \equiv [\alpha°, \beta\alpha]$	$((2.1), (2.3)) \equiv [id2, \beta\alpha]$	$((2.1), (3.3)) \equiv [\beta, \beta\alpha]$
$((2.2), (1.1)) \equiv [\alpha°, \alpha°]$	$((2.2), (2.1)) \equiv [id2, \alpha°]$	$((2.2), (3.1)) \equiv [\beta, \alpha°]$
$((2.2), (1.2)) \equiv [\alpha°, id2]$	$((2.2), (2.2)) \equiv [id2, id2]$	$((2.2), (3.2)) \equiv [\beta, id2]$

$((2.2), (1.3)) \equiv [\alpha^\circ, \beta]$	$((2.2), (2.3)) \equiv [id2, \beta]$	$((2.2), (3.3)) \equiv [\beta, \beta]$
$((2.3), (1.1)) \equiv [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$((2.3), (2.1)) \equiv [id2, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$((2.3), (3.1)) \equiv [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$((2.3), (1.2)) \equiv [\alpha^\circ, \beta^\circ]$	$((2.3), (2.2)) \equiv [id2, \beta^\circ]$	$((2.3), (3.2)) \equiv [\beta, \beta^\circ]$
$((2.3), (1.3)) \equiv [\alpha^\circ, id3]$	$((2.3), (2.3)) \equiv [id2, id3]$	$((2.3), (3.3)) \equiv [\beta, id3]$
$((3.1), (1.1)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]$	$((3.1), (2.1)) \equiv [\beta^\circ, id1]$	$((3.1), (3.1)) \equiv [id3, id1]$
$((3.1), (1.2)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]$	$((3.1), (2.2)) \equiv [\beta^\circ, \alpha]$	$((3.1), (3.2)) \equiv [id3, \alpha]$
$((3.1), (1.3)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]$	$((3.1), (2.3)) \equiv [\beta^\circ, \beta\alpha]$	$((3.1), (3.3)) \equiv [id3, \beta\alpha]$
$((3.2), (1.1)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]$	$((3.2), (2.1)) \equiv [\beta^\circ, \alpha^\circ]$	$((3.2), (3.1)) \equiv [id3, \alpha^\circ]$
$((3.2), (1.2)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, id2]$	$((3.2), (2.2)) \equiv [\beta^\circ, id2]$	$((3.2), (3.2)) \equiv [id3, id2]$
$((3.2), (1.3)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]$	$((3.2), (2.3)) \equiv [\beta^\circ, \beta]$	$((3.2), (3.3)) \equiv [id3, \beta]$
$((3.3), (1.1)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$((3.3), (2.1)) \equiv [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$((3.3), (3.1)) \equiv [id3, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$((3.3), (1.2)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]$	$((3.3), (2.2)) \equiv [\beta^\circ, \beta^\circ]$	$((3.3), (3.2)) \equiv [id3, \beta^\circ]$
$((3.3), (1.3)) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, id3]$	$((3.3), (2.3)) \equiv [\beta^\circ, id3]$	$((3.3), (3.3)) \equiv [id3, id3]$

Zur Illustration gebe ich hier eine Trichotomische Triade (vgl. Toth 2008, S. 257), deren kategorietheoretische Äquivalenzen angegeben werden:

542	[MI, MM, OI]	$\Leftrightarrow$	[**3.1**	**3.2**	**1.3** – 1.1	1.2	**1.3** – **3.1**	**3.2**	2.3]
		$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ$	β°	$\beta\alpha$ – id1	α	$\beta\alpha - \alpha^\circ\beta^\circ$	β°	$\beta]$

$$\text{T1:}\begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix} \quad \text{T2:}\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{pmatrix} \quad \text{T3:}\begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$T1 = [<[id3, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]>, <[id1, \alpha], [id1, \beta], [id1, \beta\alpha]>]$
$T2 = [<[id1, \alpha], [id1, \beta\alpha], [id1, \beta\alpha]>, <[id3, \alpha], [\beta^\circ, \beta], [\beta^\circ, \beta\alpha]>]$
$T3 = [<[id3, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]>, <[id3, \alpha], [\beta^\circ, \beta], [\beta^\circ, \beta\alpha]>]$

Damit erhalten wir:

$b'1 = [\alpha, \beta, \beta\alpha]$
$b'2: = [\alpha, \beta\alpha]$
$b'3 = [\alpha, \beta, \beta\alpha]$
$\cap b'i = [\alpha, \beta\alpha] \equiv (2.1, 1.3)$,

wogegen die statische kategorietheoretische Standard-Notation folgendes ergibt:

$b'1 = [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ, id1]$ $\quad b'2: = [\beta\alpha, \beta\alpha, \alpha]$ $\quad b'3 = [id3, id3, \alpha]$
$\cap b'i = \varnothing$

Die kombinierte statisch-prozessuale kategorietheoretische Notation macht also eine "Feinstruktur" des Zusammenhangs der Zeichenklassen und Realitätsthematiken innerhalb von Verbänden wie den Trichotomischen Triaden dadurch sichtbar, dass sie die trichotomischen Stellenwerte der dyadischen Subzeichen mitberücksichtigt und dadurch semiotische Polysemie ausschaltet.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Grundriss einer ordnungstheoretischen Semiotik. In: European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Dortmund 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979